Aires des figures planes

1) Les deux règles de base

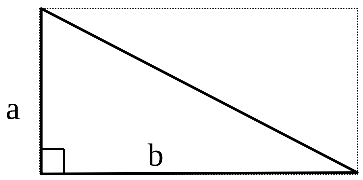
Aire du rectangle : $A = a \times b$ où a et b sont ses deux dimensions.

Aire du disque : $A = \pi \times R^2$ où R est son rayon.

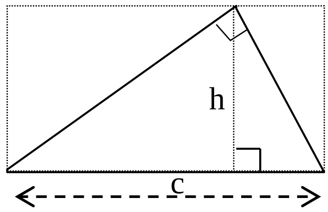
2) Retrouver d'autres règles à partir de ces deux-là

Aire du triangle rectangle :

Un triangle rectangle est la moitié d'un rectangle. Son aire est donc la moitié de celle d'un rectangle. Ce que l'on peut présenter de deux manières ci-contre :



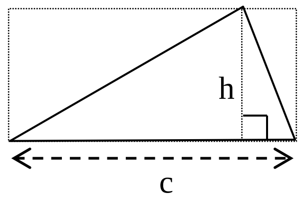
A = ***Erreur !***



A = ***Erreur !***

Aire du triangle quelconque :

De la même manière, tout triangle peut être envisagé comme la moitié d'un rectangle, dont les dimensions sont un côté et la hauteur qui lui est associée. Étant donné qu'un triangle a trois côtés et une hauteur associée à chacun d'eux, il y a trois calculs possibles.



A = ***Erreur !***

Aire du carré (notation en exposant) :

Un carré est un rectangle particulier pour lequel les deux dimensions sont égales. Si on appelle c la mesure du côté, la règle de calcul devient : $A = c \times c = c^2$

Aire du trapèze (utilisation de la distributivité) :

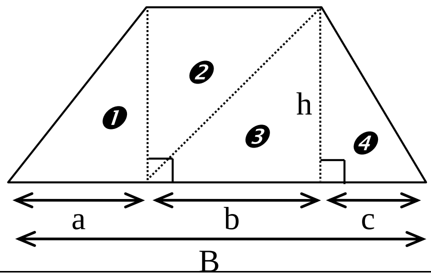
Un trapèze peut être découpé en quatre triangles rectangles :

A = **Erreur !** + **Erreur !** + **Erreur !** + **Erreur !**

$A = \frac{h}{2} \times (a + b + c) + \frac{h}{2} \times b$

$A = \frac{h}{2} \times B + \frac{h}{2} \times b$

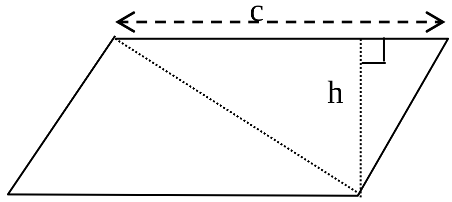
$A = \frac{h}{2} \times (B + b) = h \times \frac{(B + b)}{2}$



Aire du parallélogramme :

On découpe par la diagonale le parallélogramme en deux triangles qui sont symétriques par rapport au milieu de celle-ci et qui ont donc la même aire, d'où :

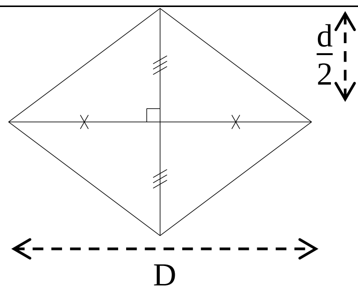
$A = 2 \times$ **Erreur !** donc $A = c \times h$



Aire du losange (en fonction des diagonales) :

On partage le losange par une diagonale en deux triangles symétriques qui ont la même aire et pour dimensions D et $\frac{d}{2}$.

$A = 2 \times \frac{(D \times \frac{d}{2})}{2}$ donc A = **Erreur !**



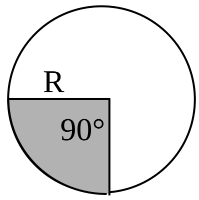
Aire d'une portion de disque (proportionnalité aire - angle) :

L'aire d'un disque se calcule par : $A = \pi \times R^2$ et correspond à 360°.

Pour une fraction de disque par exemple un quart de disque :

A = **Erreur !** = **Erreur !** et pour une portion de disque quelconque correspondant à un angle au centre de α degrés :

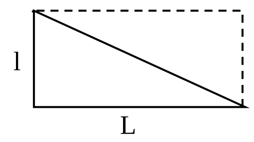
A = **Erreur !**



Exercice 1

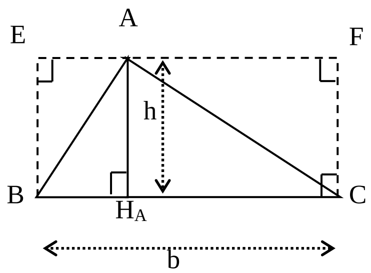
a/ Rappelle la formule donnant l'aire d'un triangle rectangle :

$\mathbb{A}$ =



b/ Donne la fraction de l'aire du rectangle BEFC que représente l'aire du triangle ABC : ....

Exprime l'aire du rectangle BEFC à l'aide des lettres h et b (longueurs de la hauteur issue de A et du côté relatif [BC]) et des lettres de la figure : ....

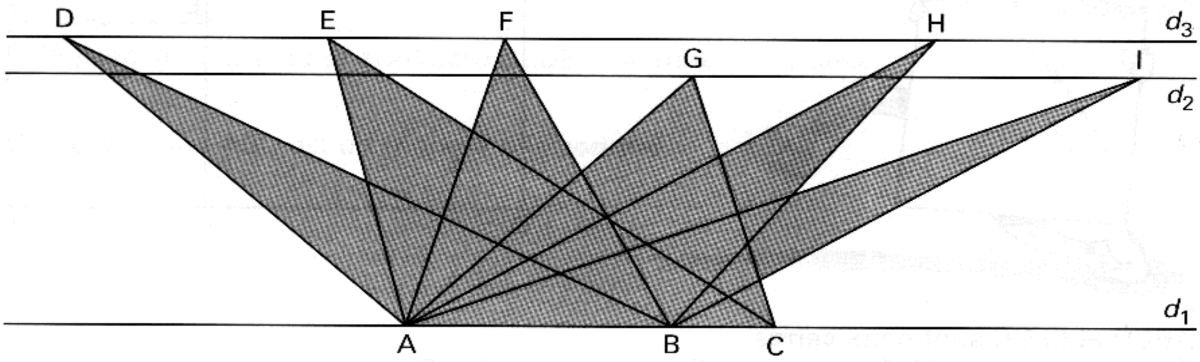


En déduire une formule pour le calcul de l'aire du triangle ABC :

$\mathbb{A}_{ABC}$ =

Exercice 2

a. Les droites d_1, d_2 et d_3 sont parallèles. Réponds aux questions qui suivent **sans calculer** les aires des triangles.



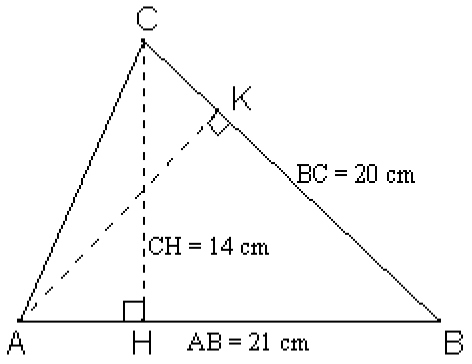
1. Complète avec l'un des signes « = » ou « < » ou « > » :

aire de ADB .... aire de AFB ; aire de AEC .... aire de AHB ;

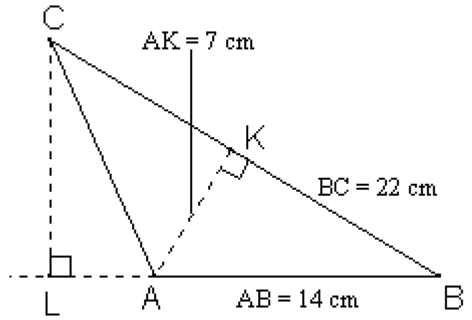
aire de AFB .... aire de AIB ; aire de AGC .... aire de AIB.

2. Parmi les triangles ADB, AEC, AFB, AGC, AHB et AIB, quel est celui qui a la plus grande aire ? .... la plus petite aire ? ....

b) Calculer $\mathbb{A}_{ABC}$ Calculer puis calculer AK.



c) Calculer $\mathbb{A}_{ABC}$ puis en déduire AL.



Calculs d'aires

I. <u>Mesures d'aire révision</u> :

On mesure les aires en mètres carrés.

Un mètre carré est l'aire d'un carré dont le côté mesure un mètre.

1 m² = 100 dm² (10 dm × 10 dm).

Tableau de conversion des unités d'aires :

km²	**hm²**	**dam²**	**m²**	**dm²**	**cm²**	**mm²**
	hectare	**are**	**centiare**			

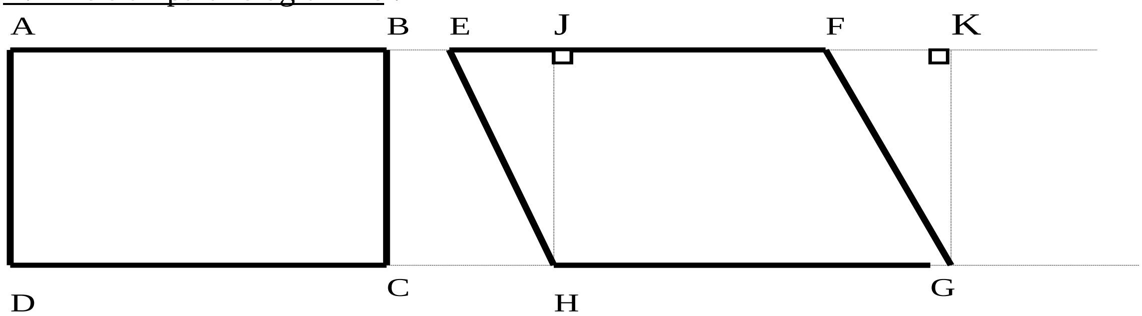
Mesures agraires : 1 hectare = 1 ha = 1hm² 1 are = 1 a = 1dam² 1 centiare = 1 ca = 1 m²

Compléter : 12,6 m² = ...cm² 234 cm² = ...dam² = ...ha

3 452 m² = ...ha 3 452 m² = ...cm² =........................mm²

Rappels **: l'aire d'un rectangle vaut le produit de sa longueur par sa largeur.**
l'aire d'un carré vaut le produit de son côté par lui-même.

II. <u>Aire d'un parallélogramme</u> :



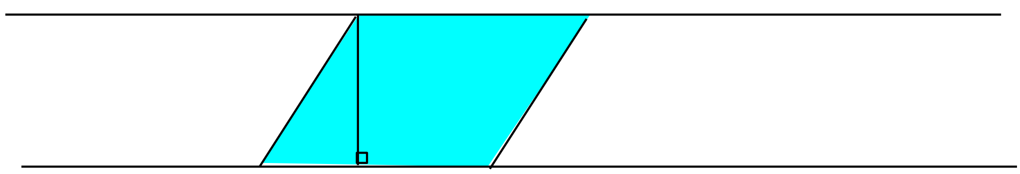
L'aire de ABCD = AB × BC

L'aire de EFGH = aire JKGH – aire FKG + aire EJH
or aire EJH = aire FKG
donc aire EFGH = aire JKGH

L'aire d'un parallélogramme vaut le produit d'un côté par la hauteur correspondante.

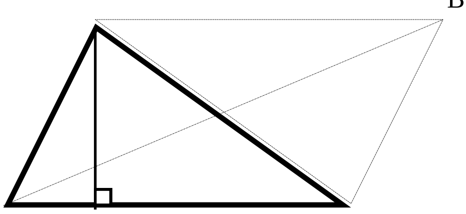
$A = b \times h$

Exercice :   Construire d'autres parallèlogrammes d'aires égales à celle de ABCD



L'aire d'un parallélogramme ne dépend pas de son « inclinaison ».

<u>III. Aire d'un triangle</u> :



Soit ABC un triangle et B' le symétrique de B par rapport au milieu de [AC]
ABCB' est un parallélogramme car ....
....
L'aire de ABCB' = ...
Donc l'aire ABC = ...

L'aire d'un triangle vaut la moitié du produit de l'une des ses bases par la hauteur correspondante.

Aire du triangle = **Erreur !**

Devoir – Aire – Périmètre

Calculer le périmètre et l'aire de chacune des figures suivantes en utilisant les mesures indiquées ainsi que le codage pour certaines :

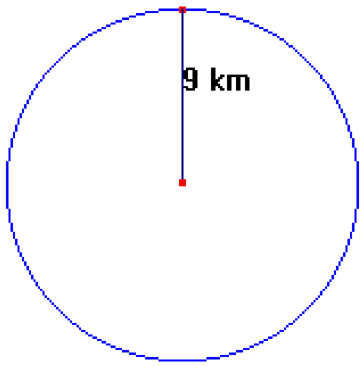


Figure 1

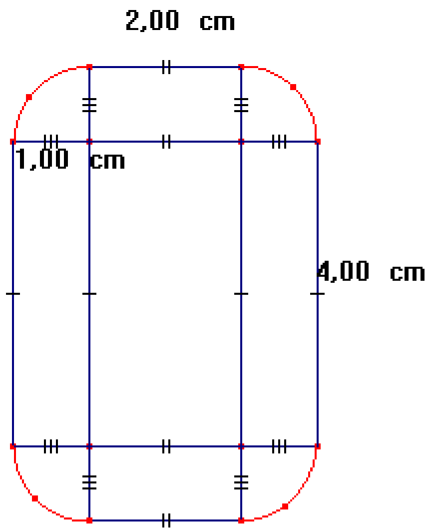


Figure 2

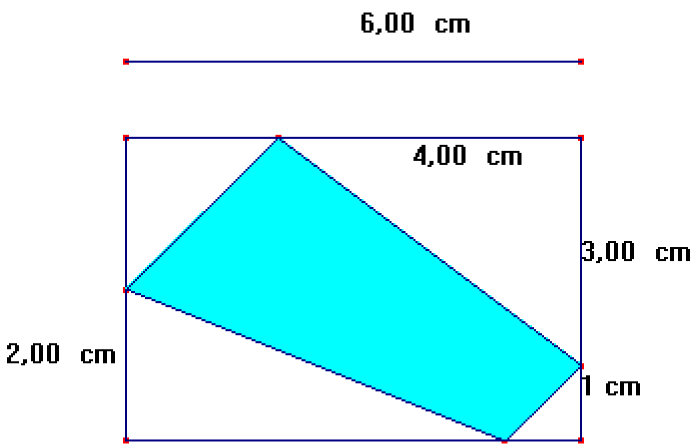


Figure 3 (partie colorée)

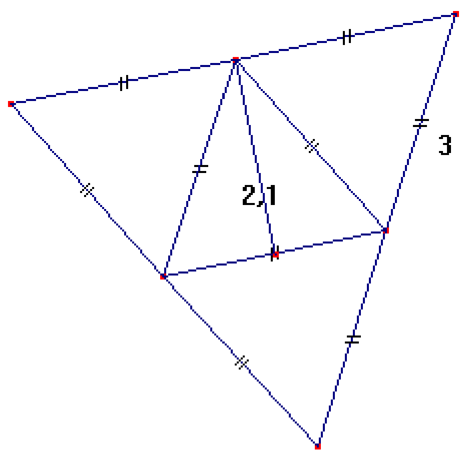


Figure 4